

## Prefabrykowane nadproża z autoklawizowanego betonu komórkowego – badania i analizy teoretyczne

### Precast lintels made of autoclaved aerated concrete - tests and theoretical analyses

#### 1. Wstęp, cel i zakres badań

Zastosowanie żelbetowych nadproży jest obecnie najbardziej powszechną metodą przekrywania otworów w ścianach murowanych. W zewnętrznych ścianach rozwiązanie takie wymaga jednak zastosowania dodatkowych warstw izolacji cieplnej, ograniczając efektywny poprzeczny przekrój nadproża. Idealnym rozwiązaniem jest zastosowanie elementów o właściwościach cieplnych nie gorszych od elementów muru i zdolnych do przejmowania znacznych obciążeń. Możliwości takie stwarzają mury wykonywane z elementów murowych z autoklawizowanego betonu komórkowego, w których można zastosować prefabrykowane nadproża wykonywane z betonu lekkiego. Zastosowanie tego typu nadproży pozwala na uzyskanie ściany o jednolitym współczynniku przenikania ciepła, bez mostków termicznych. Pomimo ewidentnych zalet nadproża tego typu nie są jeszcze stosowane powszechnie. Wynika to między innymi z braku udokumentowanych badań, analiz teoretycznych oraz metod obliczeń.

W niniejszej pracy przedstawiono wyniki badań nadproży oraz nadproży ze współpracującym murem. Wykonano analizy teoretyczne wykorzystując inżynierskie modele oraz obliczenia MES. Celem badań oraz prac teoretycznych było rozpoznanie zachowania się tego typu nadproży pracujących samodzielnie oraz przy współpracy z wykonanym powyżej murem i wieńcem. Z kolei analizy teoretyczne dotyczyły weryfikacji prostych modeli obliczeniowych przywoływanych w literaturze przedmiotu. Natomiast obliczenia MES posłużyły do wyjaśnienia mechanizmu zarysowania i zniszczenia, współpracy nadproża z nadbudowanym murem oraz kalibracji uproszczonej metody obliczeń.

#### 2. Program i wyniki badań

Badania podzielono na dwie zasadnicze części: badania podstawowe nadproży i badania zasadnicze nadproży ze współpracującym murem. W ramach badań podstawowych zbadano 5 nadproży bez współpracującego muru, w badaniach zasadniczych zbadano 8 elementów składających się z nadproży ze współpracującym

#### 1. Introduction, purpose and scope of tests

Reinforced concrete lintels are commonly used to overlap openings in brick walls. In external walls, such a solution also requires the additional layers of thermal insulation which effectively reduces cross-section of lintel. The perfect solution would be units with thermal properties not worse than the ones of masonry units and capable of bearing significant loads. Walls made of AAC masonry units create possibilities for using precast lintels made of lightweight concrete. By using such lintels, we can obtain walls with uniform heat transfer coefficient without thermal bridges. Despite obvious advantages, lintels of that type are not commonly used. The reason is lack of evidence from tests, theoretical analyses and calculations methods.

This papers describes results from testing lintels and lintels interacting with the masonry. Theoretical analyses with engineering model and FEM calculations were carried out. Tests and theoretical part were performed to identify the behaviour of independent lintels and lintels for brick above it and tie. Theoretical analysis focused on verifying simple calculation models referred to in relevant publications. FEM calculations were conducted to explain the mechanism of cracking and destruction, lintel work with the masonry above it and calibration of simplified method of calculations.

#### 2. Program and results of tests

The tests were divided into two main parts: general tests on lintels and mains tests on lintels working with the masonry. The general tests included 5 lintels without the masonry, and the main part tested 8 units composed of lintels with the masonry. Test results for applied materials were described in the papers (1-3).

##### 2.1. Results from general tests

The general tests included single precast units loaded with concentrated force cup in accordance with the standard PN-EN 1356:1999 (4). We used two types of lintels: N (system) and W (modified). N-

murem. Wyniki badań materiałów wykorzystanych w badaniach opisano w pracach (1-3).

## 2.1. Wyniki badań podstawowych

Badania podstawowe dotyczyły pojedynczych prefabrykatów obciążanych parą sił skupionych, zgodnie z zaleceniami normy PN-EN 1356:1999 (4). Zastosowano dwa typy nadproży N (systemowe) i W (modyfikowane). Elementy typu N miały prostokątny poprzeczny przekrój o szerokości  $b = 180$  mm i wysokości  $h = 240$  mm oraz całkowitej długości wynoszącej 2000 mm, pozwalające na przekrycie otworu o długości 1500 mm. Zbrojenie nadproży wykonano ze stali gatunku St3S-b-500 (małej ciągliwości według EC-2). Podłużne pręty miały średnicę 8 mm (trzy pręty dołem oraz dwa pręty góra). Zbrojenie poprzeczne w postaci strzemion otwartych wykonano z prętów o średnicy 4,5 mm. Strzemiona na całej długości elementu rozmieszczono w stałym rozstawie co 150 mm. Zbrojenie podłużne oraz poprzeczne zgrzewano i pokryto antykorozyjną powłoką ochronną. Elementy typu W stanowiły modyfikację nadproży N, w których dwukrotnie zwiększono liczbę strzemion w strefach podporowych uzyskując rozstaw równy 75 mm.

Wszystkie nadproża badano w schemacie belki swobodnie podpartej przykładając parę sił skupionych do górnej powierzchni. Zgodnie z wymaganiami normy (4) obciążenie nadproży przykładano w 1/4 rozpiętości przęsła. Podobne wytyczne zamieszczono w normie (6). Obciążenie realizowano za pomocą siłownika hydraulicznego oraz stalowego trawersu.

Proces zarysowania oraz mechanizm zniszczenia wszystkich nadproży był identyczny. Pionowe rysy powstałe w przęśle propagowały w stronę strefy ściskanej, aż do połowy wysokości elementu. Jednocześnie powstały rysy ukośne biegnące od podpory do punktu przyłożenia obciążenia. W chwili zniszczenia ukośne zarysowanie objęło swoim zasięgiem całą wysokość przekroju, a podłużne zbrojenie zostało wyrwane z betonu, odginając strzemiona wywołując zarysowanie poziome otuliny podłużnego zbrojenia (rys. 1c). Wyniki badań wszystkich elementów przedstawiono w tabelicy 1.

-type units had a rectangular cross-section with width  $b = 180$  mm, height  $h = 240$  mm and total length of 2000 mm. They were able to overlap the opening having the length of 1500 mm. Reinforcement in lintels was made of steel in grade St3S-b-500 (low ductility class acc. to EC-2). Diameter of longitudinal diameters was 8 mm (3 bars placed below and 2 bars above them). Transverse reinforcement with open stirrups were composed of rebars having a diameter of 4.5 mm. The stirrups were arranged in a regular spacing of 150 mm along the whole length of the units. Longitudinal and transverse reinforcements were welded and protective anti-corrosion coating was applied. W-type units were a modified version of N-type lintels, but with a doubled number of stirrups in support zones achieving spacing of 75 mm.

All lintels were tested in a scheme of simply supported beam by applying concentrated force cup to the top surface. According to the standard (4), load was applied to the lintel at 1/4 of its span length. Similar recommendations are defined in the standard (6). Hydraulic actuator and steel beam were used to apply load.

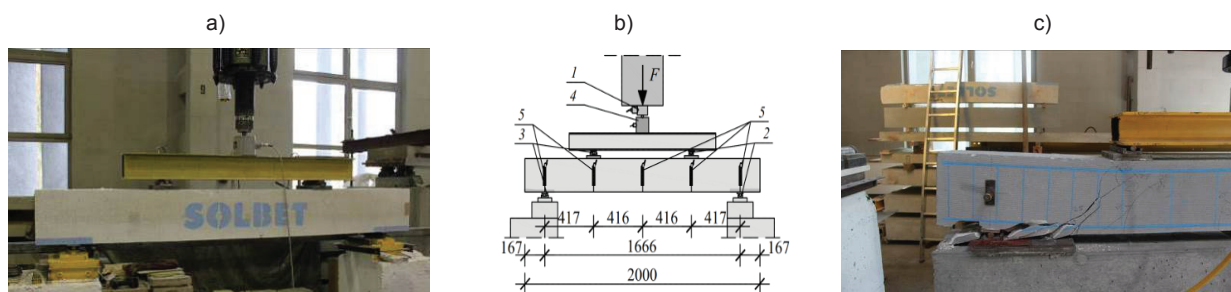
The cracking process and destruction mechanism were identical for all the lintels. Vertical cracks formed in the span propagated towards the compressive zone up to the half height of the unit. Simultaneously, diagonal cracks appeared from the support to the point of load application. At the time of destruction, diagonal cracks covered the whole height of the cross-section, and the longitudinal reinforcement was pulled out from concrete, and bending stirrups made horizontal cracks in the cover of the longitudinal reinforcement (Fig. 1c). The test results for all units are shown in Table 1.

## 2.2. Results from main tests on lintels with the wall

The tests included lintels with five brick layers over them (NI group - 4 test units), with three brick layers (NII group - two test units) and with one brick layer (NIII group - two test units). Two test units were tested in each group. The shape of models represented geometry of window zone. The test results for all units are shown in Table 1.

### 2.2.1. Testing units from NI group

Models from NI group were performed in accordance with assumptions described in the paper (5) to provide the triangular area of transmitting load to the lintel. The model length was 2680 mm, and



Rys. 1. Stanowiska badawcze do badań nadproży według normy PN-EN 1356:1999 (3): a) widok, b) szkic; 1 – siłownik hydrauliczny, 2 – łożysko nieprzesuwne, 3 – łożysko przesuwne, 4 – siłomierz, 5 – indukcyjny czujnik przemieszczeń, c) zniszczenie strefy podporowej

Fig. 1. Test stands for testing lintels acc. to PN-EN 1356:1999 (3): a) a view, b) a sketch; 1 – hydraulic actuator, 2 – fixed bearing, 3 – sliding bearing, 4 – dynamometer, 5 – inductive displacement sensor, c) destruction of support zone

## 2.2. Wyniki badań zasadniczych nadproży ze współpracującym murem

Wykonano badania nadproży z pięcioma warstwami muru powyżej nadproża (grupa NI – 4 elementy badawcze), z trzema warstwami muru (grupa NII – 2 elementy badawcze) oraz jedną warstwą muru (grupa NIII – 2 elementy badawcze). W ramach każdej grupy zbadano 2 elementy badawcze. Modele swoim kształtem odwzorowują geometrię strefy nadokiennej. Wyniki badań wszystkich elementów przedstawiono w tablicy 1.

### 2.2.1. Badania elementów grupy NI

Modele grupy NI wykonano tak, aby zgodnie z założeniami podanymi w pracy (5) zachować trójkątny obszar przekazania obciążenia na nadproże. Długość modelu wynosiła 2680 mm, a wysokość do dolnej powierzchni wieńca 1700 mm. Szerokość otworu okiennego wynosiła 1500 mm. Program badań obejmował grupę elementów oznaczoną umownie jako NI-N, w której zastosowano nadproża standardowe (typu N) oraz grupę NI-W z nadprożami wzmocnionymi (typu W). W obydwu grupach zbadano po dwa elementy.

Widok specjalnie zaprojektowanego stanowiska badawczego do obciążania modeli nadproży wraz z murem przedstawiono na rysunku 2. Obciążenie wywoływano siłownikiem o zakresie 1000 kN w postaci czterech równo rozmieszczonych sił przykładano na górnej powierzchni osadzonego na zaprawie wieńca żelbetowego o wymiarach poprzecznego przekroju równych  $b = 180$  mm,  $h = 220$  mm. Badane elementy przed zasadniczym pionowym obciążeniem za pomocą stalowego układu ciągnowego ścisano w poziomie wprowadzając poziome naprężenia o wartości 0,1 MPa symulujące ograniczenie odkształceń ciągłością ściany. Zniszczenie nastąpiło na skutek powstania pionowych rys w strefie podporowej nadproża – rysunek 2c.

### 2.2.2. Badania elementów grupy NII

Modele grupy NII wykonano w sposób analogiczny jak modele grupy NI zmniejszając liczbę warstw bloczków pomiędzy nadprożem a wieńcem z pięciu do trzech. Do przekrycia otworu zastosowano

the height of bottom surface of the tie was 1700 mm. The width of window opening was 1500 mm. The test program included a group of units marked as NI-N with standard lintels (N type) and NI-W group with reinforced lintels (W type). Two test units were tested in each group.

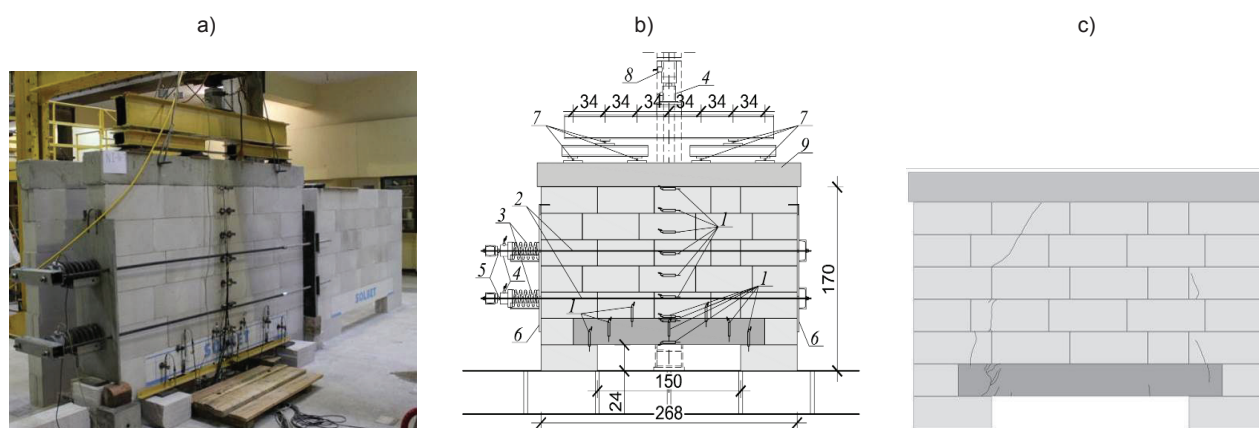
Fig. 2 is showing the view of specially designed test stand to apply loads to lintel models with brick layers. Loading was induced by hydraulic actuator with a load capacity of 1000 kN, with four forces equally exerted to the top surface of reinforced concrete tie in mortar, whose cross-section dimensions were  $b=180$  mm,  $h=220$  mm. Prior to main vertical loading, the test units were subjected to horizontal compression by means of steel tendons which introduced horizontal stress of 0.1 MPa to model confinement of strains with wall continuity. Destruction was caused by vertical cracks in the support zone of the lintel - Fig. 2c.

### 2.2.2. Testing units from NII group

Models from NII group were prepared in a similar way to the models from NI group, but block layers between the lintel and the tie were reduced from five to three. We used the standard N-type lintel to cover the opening. Deflection at one side of the lintel was measure using the touchless optical measuring system. A measurement stand and a test model are shown in Fig. 3. Both models were destroyed when the block supporting the lintel reached its ultimate capacity. The lintel was crossed with a diagonal crack that was also observed along the whole height of the lintel and brick layers over it (Fig. 3c).

### 2.2.3. Testing units from NIII group

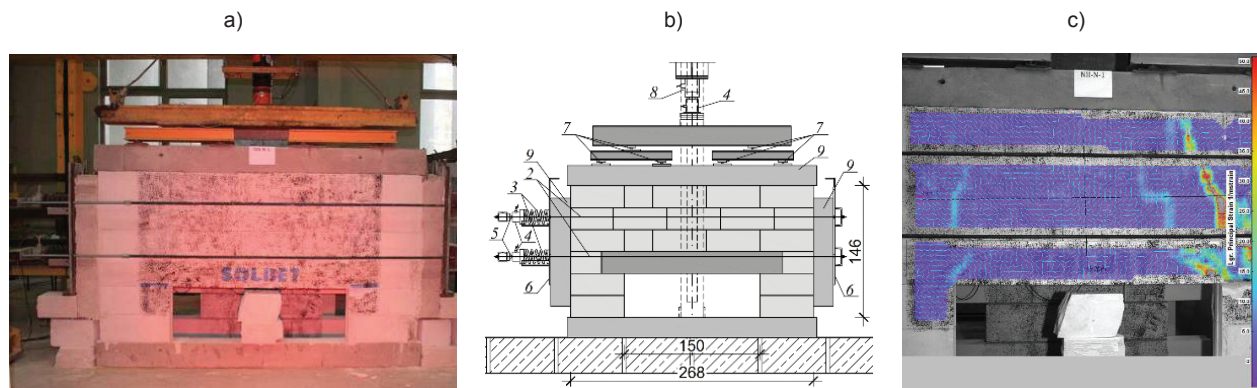
In models from NIII group, block layers between the lintel and the tie were reduced to one layer (Fig. 4). Initial cracking was observed in the lintels, at the bottom edge of the support and at the top edge over the lintel support. The cracks also appeared in the central zone of lintel and blocks above the lintel. Destruction of both models was caused by crashing lintels at the support zone and supporting blocks (Fig. 4c).



Rys. 2. Widok i szkic stanowiska badawczego grupy NI; 1 – indukcyjny czujnik przemieszczeń, 2 – cięgna sprężające, 3 – sprężyny w prowadnicach, 4 – siłomierz, 5 – łożysko kuliste, 6 – blachy odporowe, 7 – łożysko, 8 – siłownik hydrauliczny, 9 – wieniec żelbetowy, c) zarysowania modelu NI-N1

Fig. 2. View and sketch of the test stand for NI group: 1 - inductive displacement sensor, 2 - prestressing tendons, 3 - springs in guides, 4 - dynamometer, 5 - spherical bearing, 6 - resistant sheets, 7 - bearing, 8 - hydraulic actuator, 9 - reinforced tie, c) cracks in NI-N1 model





Rys. 3. Stanowisko badawcze elementów grupy NII-N: a) widok, b) szkic: 2 – cięgna sprężające, 3 – sprężyny w prowadnicach, 4 – siłomierz, 5 – łożysko kuliste, 6 – blachy odporowe, 7 – łożysko, 8 – siłownik hydrauliczny, 9 – wieńiec żelbetowy, c) zniszczenie modelu NII-N1

Fig. 3. A test stand for units of NII-N group: a) a view, b) a sketch: 2 - prestressing tendons, 3 – springs in guides, 4 – dynamometer, 5 – spherical bearing, 6 – resistant sheets, 7 – bearing, 8 – hydraulic actuator, 9 – reinforced tie, c) destruction of NII-N1 model

standardowe nadproże typu N. Pomiaru ugięcia z jednej strony nadproża dokonywano za pomocą bezdotykowego optycznego systemu pomiarowego. Stanowisko oraz model badawczy przedstawiono na rysunku 3. Zniszczenie obu modeli nastąpiło na skutek wyczerpania nośności bloczka podpierającego nadproże, przez który przeszła ukośna rysa przebiegająca również przez całą wysokość nadproża oraz muru nad nadprożem (rys. 3c).

### 2.2.3. Badania elementów grupy NIII

W modelach grupy NIII zmniejszono liczbę warstw bloczków pomiędzy nadprożem, a wieńcem do jednej (rys. 4). Pierwsze zarysowania wystąpiły na nadprożach w strefach przypodporowych od dolnej krawędzi a także nad strefami oparcia nadproża od górnej krawędzi. Pojawiły się również zarysowania w środkowej strefie nadproża oraz w bloczkach nad nadprożem. Zniszczenie obydwu modeli nastąpiło poprzez zmiążdżenie nadproży w strefie oparcia i podpierających je bloczków (rys. 4c).

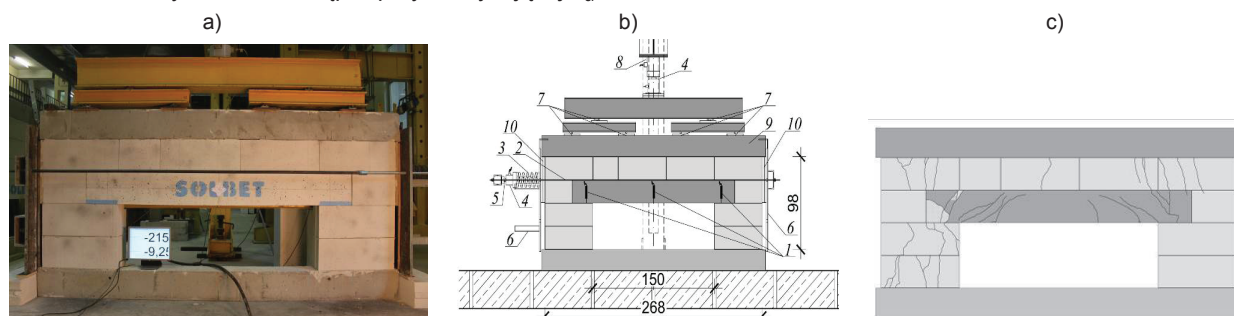
## 3. Analiza wyników badań

W tabelicy 1 zamieszczono wyniki badań przedstawiając obciążenie działające na nadproże jako obciążenie równomiernie rozłożone. W modelu 1 serii NI zarysowanie nastąpiło przy sile rysującej  $F_{cr} =$

## 3. Analysis of test results

Table 1 presents test results for load acting on the lintel as uniformly distributed loading. For model 1 from NI group, cracking appeared at the cracking force  $F_{cr} = 438$  kN, which constituted ca. 94% of the destructive force  $F_u = 467$  kN. Deflection of lintel at the time of unit cracking and destruction was  $f_{cr} = 1.46$  mm and  $f_u = 1.89$  mm respectively which constituted 44% and 57% of permissible standardized deflection of lintels determined from the following ratio  $l_{eff} / 500 = 3.33$  mm, where  $l_{eff} = 1666$  mm. For the second model, cracking force  $F_{cr} = 380$  kN constituted ca. 75% of destructive force  $F_u = 510$  kN. Corresponding deflection values of lintel were  $f_{cr} = 0.908$  mm and  $f_u = 1.74$  mm, which constituted 27% and 52% of permissible standardized deflection of lintels. For the numerical model, the maximum destructive force was smaller by 8% and 16%, and deflection was greater by 28% and 38% in comparison to the test models Nos 1 and 2. The maximum deflection was 72% of the permissible one.

For model 1 from NII group, the observed cracking force  $F_{cr} = 356$  kN, which constituted ca. 74% of the destructive force  $F_u = 485$  kN. Corresponding deflection values of lintel were  $f_{cr} = 1.006$  mm and  $f_u = 2.35$  mm, which constituted 30% and 71% of permissible standardized deflection of lintels. For model 2, similar



Rys. 4. Stanowisko badawcze elementów grupy NIII-N: a) widok, b) szkic: 1 – indukcyjny czujnik przemieszczeń, 2 – cięgna sprężające, 3 – sprężyny w prowadnicach, 4 – siłomierz, 5 – łożysko kuliste, 6 – blachy odporowe, 7 – łożysko, 8 – siłownik hydrauliczny, 9 – wieńiec żelbetowy, c) zniszczenie modelu NIII-N1

Fig. 4. A test stand for units of NIII-N group: a) a view, b) a sketch: 1 – inductive displacement sensor, 2 – prestressing tendons, 3 – springs in guides, 4 – dynamometer, 5 – spherical bearing, 6 – resistant sheets, 7 – bearing, 8 – hydraulic actuator, 9 – reinforced tie, c) destruction of NIII-N1 model

438 kN, która stanowiła około 94% siły niszczącej  $F_u = 467$  kN. Ugięcie nadproża w chwili zarysowania i zniszczenia elementu wynosiły odpowiednio  $f_{cr} = 1,46$  mm i  $f_u = 1,89$  mm co stanowi 44% i 57% dopuszczalnego normowego ugięcia nadproża wyznaczonego z proporcji  $l_{eff} / 500 = 3,33$  mm, gdzie  $l_{eff} = 1666$  mm. W drugim modelu siła rysująca  $F_{cr} = 380$  kN stanowiła około 75% siły niszczącej  $F_u = 510$  kN. Odpowiadające tym siłom ugięcia nadproża wyniosły  $f_{cr} = 0,908$  mm i  $f_u = 1,74$  mm, co stanowiło 27% i 52% dopuszczalnego normowego ugięcia nadproża. W przypadku modelu numerycznego maksymalna siła niszcząca była mniejsza o 8% i 16% a ugięcie było większe o 28% i 38% od badawczego modelu 1 i 2. Maksymalne ugięcie stanowiło 72% ugięcia dopuszczalnego.

W serii NII dla modelu 1 odnotowano siłę rysującą  $F_{cr} = 356$  kN, która stanowiła około 74% siły niszczącej  $F_u = 485$  kN. Odpowiadające tym siłom ugięcia wyniosły  $f_{cr} = 1,006$  mm i  $f_u = 2,35$  mm co stanowi 30% i 71% dopuszczalnego ugięcia. Dla modelu 2 analogiczne wartości sił wyniosły  $F_{cr} = 150$  kN, co stanowi około 29% siły niszczącej  $F_u = 525$  kN. Dla ugięć uzyskano wartości  $f_{cr} = 0,345$  mm i  $f_u = 6,52$  mm, co stanowiło 10% i 196% dopuszczalnego normowego ugięcia nadproża. W wynikach ostatniej serii NIII modeli z jedną warstwą muru ponad nadprożem dla pierwszego modelu wystąpiły mniejsze wartości sił w porównaniu do modelu drugiego. W pierwszym modelu siła rysująca osiągnęła wartość  $F_{cr} = 60,5$  kN, co stanowiło około 40% siły niszczącej  $F_u = 151$  kN. Ugięcia miały wartość  $f_{cr} = 0,688$  mm i  $f_u = 5,28$  mm co stanowi około 21% i 159% dopuszczalnego ugięcia. Dla modelu drugiego uzyskano większe wartości siły rysującej  $F_{cr} = 141$  kN, co stanowiło

value of cracking force was  $F_{cr} = 150$  kN, which constituted ca. 29% of the destructive force  $F_u = 525$  kN. Corresponding deflection values of lintel were  $f_{cr} = 0.345$  mm and  $f_u = 6.52$  mm, which constituted 10% and 196% of permissible standardized deflection of lintels. Results for the last series of NIII models with single brick layer above the lintel showed lower values of model 1 when compared to model 2. For model 1, cracking force achieved the value  $F_{cr} = 60.5$  kN, which constituted ca. 40% of the destructive force  $F_u = 151$  kN. Deflection values of lintel were  $f_{cr} = 0.688$  mm and  $f_u = 5.28$  mm, which constituted 21% and 159% of permissible standardized deflection of lintels. For model 2, the highest value of the cracking force  $F_{cr} = 141$  kN, which constituted ca. 39% of destructive force  $F_u = 357$  kN. Deflection values of lintel were  $f_{cr} = 0.824$  mm and  $f_u = 11.07$  mm, which constituted 25% and 332% of permissible standardized deflection of lintels. The average value of destructive force during NII series was higher by 3% from the average value of destructive force for NI series and by 99% for the average value of the destructive value for NIII series. The above results imply that only three brick layers between the tie and the lintel contribute to significant increase in resistance and reduction in deflections. The standardized tests on single units showed that beam cracking was observed at deflection constituting from 28% to 50% of the permissible deflection. For models with brick layers and tie, that range was within 10%-44%.

Quite significant dispersion of obtained test results may raise considerable doubts. They do not only refer to models with brick layers, but what is important, also to single units. The main reason for dispersion of test results was inaccurate placement of reinforce-

Tablica 1 / Table 1

ZBIORCZE ZESTAWIENIE WYNIKÓW WSZYSTKICH ELEMENTÓW

SUMMARY OF TEST RESULTS FOR ALL SPECIMENS

Badane elementy Tested specimens		Ugięcie przy zarysowaniu $f_{cr}$ Deflection at cracking $f_{cr}$ mm		Siła rysująca $F_{cr}$ Cracking force $F_{cr}$ kN/m		Maksymalne ugięcie $f_u$ Maximum deflection $f_u$ mm		Siła niszcząca $F_u$ Destructive force $F_u$ kN/m	
Grupa/Group	Model	Wartość Value	Wartość średnia Average value	Wartość Value	Wartość średnia Average value	Wartość Value	Wartość średnia Average value	Wartość Value	Wartość średnia Average value
Pojedyncze prefabrykaty Single precast concrete specimens	A	1	1,20	8,74	9,11	2,38	3,37	11,9	14,3
		2	1,67	9,18		3,36		15,0	
		3	1,49	9,42		4,37		15,9	
	C	1	1,45	9,06	7,55	5,63	5,53	16,7	16,1
		2	0,95	6,03		5,44		15,5	
Nadproża z murem Lintels with brick layers	NI-N	1	1,46	172	161	1,89	1,82	184	193
		2	0,91	150		1,75		202	
	NI-W	1	0,87	142	130	1,31	1,65	166	177
		2	0,55	119		1,98		188	
	NII-N	1	1,01	146	103	2,35	4,43	198	206
		2	0,35	60,9		6,52		215	
	NIII-N	1	0,69	24,7	41,1	5,28	8,18	61,8	104
		2	0,82	57,5		11,07		146	

około 39% siły niszczącej  $F_u = 357$  kN. Ugięcia nadproża wyniosły  $f_{cr} = 0,824$  mm i  $f_u = 11,07$  mm co stanowi około 25% i 332% dopuszczalnego ugięcia. Średnia wartość siły niszczącej w serii NII jest większa o 3% od średniej siły niszczącej w serii NI i o 99% od średniej siły niszczącej w serii NIII. Można z tego wywnioskować, że już trzy warstwy muru pomiędzy wieńcem i nadprożem powodują znaczny wzrost nośności i zmniejszenie ugięć. W badaniach normowych pojedynczych elementów zarysowanie belek następowało przy ugięciu stanowiącym od 28% do 50% ugięcia dopuszczalnego. W przypadku modeli z nadbudowanym murem i wieńcem zakres ten wynosi od 10% do 44%.

Oczywiście wątpliwości wzbudzać mogą dość duże rozrzuty uzyskanych wyników badań. Dotyczy to nie tylko modeli ze współpracującym murem, ale także, co istotne, pojedynczych elementów. Podstawowa przyczyna stwierdzonych rozrzutów wynika z mało precyzyjnego położenia koszy zbrojeniowych w przekroju. Oględziny zniszczonych nadproży wykazywały zmienność otuliny od 20 mm do 3 mm. Dlatego na tym etapie badań otrzymane wyniki traktować należy z dużą ostrożnością. Docelowo wykonane zostaną badania uzupełniające zwiększające populację wyników każdej serii, umożliwiając tym samym przeprowadzenie analiz statystycznych (eliminację wartości skrajnych). Dzięki temu wyniki oceniać będzie można także ilościowo umożliwiając tym samym ich praktyczne wykorzystanie.

## 4. Analizy teoretyczne

### 4.1. Graficzny model uproszczony

Niezależnie od rozwiązania konstrukcyjnego, wykonując najprostsze obliczenia inżynierskie, nadproże traktuje się jako belkę swobodnie podpartą obciążoną równomiernie rozłożonym obciążeniem na górnej powierzchni. Modele obliczeniowe dostępne w literaturze (5) oraz w normie (7) zalecają, aby wykorzystując zachodzący w murze efekt przesklepienia łukowego uwzględniać obciążenia tylko z pewnego obszaru muru ponad nadprożem. Dokładniejsze modele (8, 9) pozwalają na określenie wartości sił wewnętrznych z uwzględnieniem współpracy z nadbudowanym murem. Opracowane zostały jednak dla układu mur-nadproże wyraźnie zróżnicowanego pod względem sztywności. Dotychczas nie rozpoznano, jakie znaczenie odgrywa konstrukcja muru zabudowanego na nadprożu wykonanego bez wypełnionych spoin czołowych, oraz właściwości samego nadproża wykonanego z tego samego materiału, co elementy murowe.

Jedną z najprostszych metod służącą do wyznaczania ekstremalnych sił wewnętrznych w belce nad progiem oraz przebiegu naprężeń w styku belki z murem jest uproszczony model graficzny przedstawiony w pracy (8). W omawianym modelu założono, że pionowe naprężenia ściskające oraz naprężenia styczne występujące w płaszczyźnie kontaktu ściany murowanej z belką koncentrują się w strefie podparcia a kształt ich rozkładu zbliżony jest do trójkąta przy stosunku sztywności muru i nadproża większym od 7 (rys. 5), przechodząc w kształt paraboli drugiego i trzeciego

ment baskets at the section. Visual inspection of destroyed lintels suggested cover variability within the range of 20-3 mm. Therefore, results from this stage of tests should be approached with caution. Complement tests are planned to be performed to increase the number of results for each series. Consequently, they could be used to conduct statistical analyses (elimination of extreme values). In that way, we could refer to those results regarding quantitative issues and use them in practice.

## 4. Theoretical analyses

### 4.1. Simplified graphic model

Regardless of used design standards, the simplest engineering calculations regard the lintel as freely supported beam with uniformly distributed load at its top surface. Calculation models described in the papers (5) and the standard (7) recommend that, regarding arch action in the brickwork, only loads from the specified brickwork area above the lintel should be used in calculations. Internal forces with regard to brick layers could be determined from more precise models (8, 9). However, they were developed for brickwork-lintel system which was clearly different considering stiffness. The role of brickwork structure above the lintel, without filled head joints, and properties of the lintel made of the same material as masonry units has not been identified so far.

The simplified graphic model described in the paper (8) is one of the simplest methods of determining extreme internal forces in lintel beam and the course of stresses at the interface between beam and brickwork. The discussed model is based on assumptions that vertical compressive stresses and shear stresses at the interface between a masonry wall and a beam cumulate in the support zone. The shape of stress distribution is similar to a triangle at brickwork/lintel stiffness ration higher than 7 (Fig. 5), and then changes into a second and third degree parabola at lower stiffness ratio. Another assumption is possibility of carrying shear stresses at the interface between the brickwork and the beam. That model can be used when the ratio between the wall height and the beam span length  $h/l$  is at least 0.6.

None of papers precisely describes methods of calculating beams in combination with brickwork and brickwork in combination with supporting beam. The presented model was developed for brickwork with filled vertical joints and for cases with higher difference in lintel and brickwork stiffness.

The model was based on stiffness ratio of brickwork-lintel system. As in the paper (9), stiffness parameter with reference to brickwork-lintel system is expressed using the following equation:

$$R_f = \sqrt[4]{\left(\frac{Eth^3}{E_c I}\right)}, \quad [1]$$

where:  $E$  – elasticity modulus of brickwork,  $t$  – thickness of brickwork,  $h$  – height of brickwork,  $E_c$  – elasticity modulus of beam  $I$  – second moment of area of beam section, including reinforce-



stopnia przy mniejszych proporcjach sztywności. Kolejnym założeniem jest możliwość przejścia naprężeń stycznych w płaszczyźnie styku ściany murowanej z belką. Model może być stosowany, gdy stosunek wysokości ściany do rozpiętości przęsła belki  $h/l$  nie jest mniejszy od 0,6.

Brak jest w literaturze dokładnych metod obliczania belek współpracujących z murem oraz obliczania muru współpracującego z podpierającą go belką. Przedstawiany model został opracowany dla muru z wypełnionymi spoinami pionowymi oraz dla przypadków o większej różnicy sztywności nadproża i muru.

Model bazuje na proporcji sztywności układu mur nadproże. Tak jak w pracy (9) parametr sztywności względnej układu mur-nadproże wyraża się wzorem

$$R_f = \sqrt[4]{\left(\frac{Eth^3}{E_c I}\right)}, \quad [1]$$

gdzie:  $E$  – moduł sprężystości muru,  $t$  – grubość muru,  $h$  – wysokość muru,  $E_c$  – moduł sprężystości belki,  $I$  – moment bezwładności przekroju belki z uwzględnieniem zbrojenia, zarysowania i wpływów reologicznych. W zależności od wartości  $R_f$  w układzie nadproże mur (9) istotnej zmianie ulega przebieg i zasięg naprężeń normalnych:

- $R_f \geq 7$  – mur na nadprożu jest bardzo wiotki, naprężenia  $\sigma_{max}$  są największe, a ich zasięg  $l_M$  najmniejszy,
- $5 < R_f < 7$  – mur na nadprożu jest wiotki, naprężenia  $\sigma_{max}$  jak i ich zasięg  $l_M$  przyjmują wartość pośrednią,
- $R_f \leq 5$  – mur na nadprożu jest sztywny, naprężenia  $\sigma_{max}$  są najmniejsze, a ich zasięg  $l_M$  największy.

Względną sztywność podłużną układu mur-nadproże wyraża wzór

$$R_a = \frac{Eth}{E_c A}, \quad [2]$$

w którym:  $A$  – pole przekroju poprzecznego belki.

Maksymalna wartość normalnego naprężenia ściskającego występującego w płaszczyźnie zespolenia ściany murowanej i podpierającej je belki wyraża zależność

$$\sigma_{max} = \chi_1 \frac{W}{lt}, \quad [3]$$

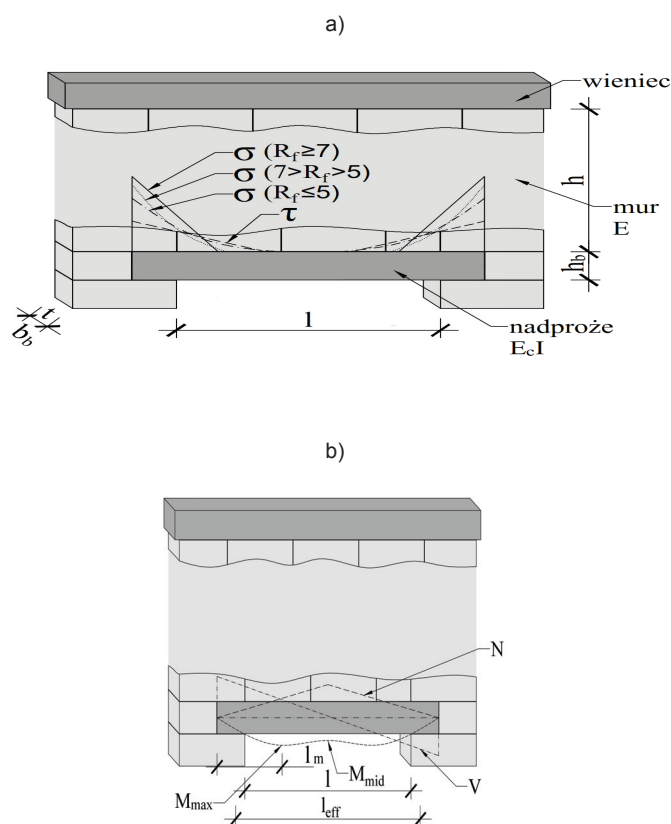
w której:  $W$  – wypadkowa obciążenia na belce,  $l$  – długość muru,  $\chi_1$  – współczynnik empiryczny odczytywany z nomogramu.

Największe naprężenia styczne w płaszczyźnie zespolenia muru i belki wyznacza się ze wzoru

$$\tau_{max} = \chi_1 \chi_2 \frac{W}{lt}, \quad [4]$$

w którym  $\chi_2$  jest współczynnikiem empirycznym odczytywanym z nomogramu.

Największa wartość rozciągającej siły osiowej w belce wyznacza



Rys. 5. Uproszczony model graficzny współpracującego z murem nadproża: a) podstawowe oznaczenia, b) przebiegi sił wewnętrznych

Fig. 5 The simplified graphic model with brickwork above lintel: a) basic symbols, b) shape of internal forces

ment, cracks and rheological impact. Depending on  $R_f$  value in lintel-brickwork system (9), only the shape and range of standard stress values was significantly changed:

- $R_f \geq 7$  – brickwork above the lintel is very flexible, stress values  $\sigma_{max}$  are the highest, and their range  $l_M$  is the smallest,
- $5 < R_f < 7$  – brickwork above the lintel is flexible, stress values  $\sigma_{max}$  and their range  $l_M$  are expressed as intermediate value,
- $R_f \leq 5$  – brickwork above the lintel is rigid, stress values  $\sigma_{max}$  are the lowest, and their range  $l_M$  is the largest.

The following equation expresses relative longitudinal stiffness of brickwork-lintel system:

$$R_a = \frac{Eth}{E_c A}, \quad [2]$$

where:  $A$  – cross sectional area of beam.

The maximum value of standard compressive stress at the interface between brickwork and supporting beam is expressed with the following relation:

$$\sigma_{max} = \chi_1 \frac{W}{lt}, \quad [3]$$

where:  $W$  – resultant of beam loading,  $l$  – length of brickwork,  $\chi_1$  – empirical factor read from a nomograph.

się ze wzoru:

$$N = W\chi_2 \quad [5]$$

Wartość maksymalnego momentu zginającego i momentu w środku przęsła wyznacza się ze wzoru:

$$M_{\max(\text{mid})} = \chi_3 \frac{Wl}{\chi_1} \quad [6]$$

$\chi_3$  – współczynnik empiryczny odczytywany z nomogramu.

Położenie ekstremum momentu zginającego wyznacza się ze wzoru:

$$l_M = \frac{W}{2\eta_M \sigma_{\max} t} \quad [7]$$

$\eta_M$  – współczynnik zależny od sztywności  $R_f$ ;  $\eta_M = 0,30$  dla  $R_f \leq 5$ ,  $\eta_M = 0,33$  dla  $5 < R_f < 7$ ,  $\eta_M = 0,50$  dla  $R_f \geq 7$ .

Siłę poprzeczną na krawędzi podpory można określić ze wzoru:

$$V = 0,5\tau_m t l_M \quad [8]$$

Do przeprowadzenia analiz obliczeniowych na wstępie (9) określono moduł sprężystości materiału belki nadprożowej równy  $E_c = 2221$  MPa oraz moduł sprężystości muru  $E = 2041$  MPa. Moment bezwładności przekroju nadproża obliczono na dla wymiarów przekroju poprzecznego: szerokość nadproża  $b_b = 0,18$  m równa grubości ściany  $t$  oraz wysokość nadproża  $h_b = 0,24$  m wyniósł  $I = 207,36 \cdot 10^{-6}$  m<sup>4</sup>, pole powierzchni przekroju belki było równe  $A = h_b b_b = 0,043$  m<sup>2</sup>. Obliczenia analityczne przeprowadzono dla obciążenia niszczącego  $F$  odnotowanego w przedstawionej poniżej analizie numerycznej modelu NI ( $F = 428$  kN), NII ( $F = 388$  kN) i NIII ( $F = 348$  kN). Jako rozpiętość nadproża przyjęto rozpiętość efektywną równą 1,666 m. Wypadkowa obciążenia  $W$  zgodnie z założeniami modelu jest równa obciążeniom znajdującym się bezpośrednio nad nadprożem, a więc jest sumą ciężaru muru (2,16 kN model NI, 1,29 kN model NII, 0,431 kN model NIII), nadproża (0,431 kN) i wieńca (1,499 kN) oraz obciążenia  $F$  przedstawionego jako zastępcze obciążenie równomiernie rozłożone  $q$  na górnej powierzchni wieńca zebrane z rozpiętości nadproża  $l_{\text{eff}}$ . Wyniki obliczeń zestawiono w tabelicy 2.

## 4.2. Model numeryczny

Do analizy zachowania się nadproży w modelach badawczych serii N zbudowano numeryczny, tarczowy (2D) model MES elementu

Tabela 2 / Table 2

WYNIKI OBLICZEŃ METODĄ UPROSZCZONĄ

RESULTS OF SIMPLIFIED CALCULATIONS

Model	$h$ , m	$R_f$	$R_a$	$W$ , kN	$\chi_1$	$\chi_2$	$\chi_3$	$\sigma_{\max}$ , MPa	$\tau_{\max}$ , MPa	$\eta_M$	$l_M$ , m	$M_{\max}$ , kNm	$M_{\text{mid}}$ , kNm	$N_{\max}$ , kN	$V_{\max}$ , kN
NI	1,2	6,10	4,60	240	9,0	0,10	0,17	7,20	0,720	0,330	0,280	8,49	7,09	27	20,4
NII	0,72	4,20	2,80	239	7,0	0,18	0,155	5,58	1,005	0,300	0,397	9,01	7,09	43,9	36,6
NIII	0,24	1,80	0,92	218	3,0	0,30	0,145	2,19	0,655	0,300	0,833	17,6	17,6	65,5	49,1

The greatest shear stress at the interface between the brickwork and the beam is calculated from the following equation:

$$\tau_{\max} = \chi_1 \chi_2 \frac{W}{lt} \quad [4]$$

where  $\chi_2$  is empirical factor read from the nomograph.

The highest value of tensile axial force in the beam is determined using the following equation:

$$N = W\chi_2 \quad [5]$$

The maximum value of bending moment and moment inside the span are determined from the following equation:

$$M_{\max(\text{mid})} = \chi_3 \frac{Wl}{\chi_1} \quad [6]$$

where  $\chi_3$  is empirical factor read from the nomograph.

The position of bending moment extremum is determined from the following equation:

$$l_M = \frac{W}{2\eta_M \sigma_{\max} t} \quad [7]$$

$\eta_M$  – factor depending on stiffness  $R_f$ ;  $\eta_M = 0.30$  for  $R_f \leq 5$ ,  $\eta_M = 0.33$  for  $5 < R_f < 7$ ,  $\eta_M = 0.50$  for  $R_f \geq 7$ .

Lateral force at the support edge can be determined from the following equation:

$$V = 0,5\tau_m t l_M \quad [8]$$

Modulus of elasticity of material for lintel beam  $E_c = 2221$  MPa and modulus of elasticity of brickwork  $E = 2041$  MPa were at first determined (9) to perform calculation analyses. Second moment of area of lintel section was calculated for cross-section dimensions: lintel width  $b_b = 0.18$  m equal to brickwork thickness  $t$  and height of the lintel  $h_b = 0,24$  m was  $I = 207.36 \cdot 10^{-6}$  m<sup>4</sup>, cross sectional area of beam was  $A = h_b b_b = 0.043$  m<sup>2</sup>. Analytical calculations were performed for destructive loading  $F$  observed for presented below numerical analysis for NI model ( $F = 428$  kN), NII ( $F = 388$  kN) and NIII ( $F = 348$  kN). Effective span of 1.666 m was used as the lintel span. In accordance with the model assumptions, resultant  $W$  was equal to loads placed directly above the lintel, that is, sum of the weight of brickwork (2.16 kN model NI, 1.29 kN model NII, 0.431 kN model NIII), lintel (0.431 kN) and tie (1.499 kN) and the load  $F$  presented as the equivalent load uniformly distributed  $q$  at



Tablica 3 / Table 3

## PARAMETRY MATERIAŁOWE WYKORZYSTANE W MODELU NUMERYCZNYM

## PARAMETERS OF MATERIALS USED IN THE NUMERICAL MODEL

Parametr/ Parameter	Mur/Brickwork	Nadproże/Lintel
Moduł Younga $E$ / Young's modulus $E$ , MPa	2041	2198
Współczynnik Poissona $\nu$ / Poisson's ratio $\nu$ , [-]	0,200	0,179
Wytrzymałość na rozciąganie $f_t$ , Tensile strength $f_t$ , MPa	0,43	0,194
Wytrzymałość na ściskanie $f_c$ / Compressive strength $f_c$ , MPa	-2,97	-3,710
Energia pęknięcia $G_f$ / Fracture energy $G_f$ , MN/m	$1,07 \times 10^{-05}$	$1,60 \times 10^{-05}$
Plastyczne odkształcenie przy ściskaniu $f_{c,CP}$ Yield displacement in compression $f_{c,CP}$ , [-]	$-4,18 \times 10^{-04}$	$-3,77 \times 10^{-04}$
Przemieszczenia krytyczne przy ściskaniu / Critical displacement in compression, m	$-5,0 \times 10^{-04}$	$-5,0 \times 10^{-04}$
Redukcja wytrzymałości na ściskanie spowodowana zarysowaniem $f_{c-lim}$ Reduction in compressive strength caused by cracking $f_{c-lim}$ , [-]	0,8	0,8
Sztywność rys na ścinanie $s_F$ / Crack stiffness under compression $s_F$ , [-]	20	20,0
Wymiar ziarn kruszywa / Size of aggregate particles, m	0,02	0,02
Mimośród funkcji eliptycznej / Eccentricity of elliptical function	0,5	0,5

badawczego w płaskim stanie naprężenia (PSN). Zastosowano czterowęzłowe elementy skończone o dwóch stopniach swobody w każdym węzle. Wymiar oczka siatki MES wyniósł maksymalnie 2×2cm. Do opisu zachowania materiału w stanie ściskania zastosowano opis sprężysto-plastyczny oparty na powierzchni Menétrey i Willama (10). Zastosowana powierzchnia graniczna umożliwia dostosowanie kształtu w przekroju dewiatorowym do wyników badań konkretnego materiału. Do opisu zachowania materiału w stanie rozciągania zastosowano kryterium Rankine'a z modelem rozmytych rys o stałych kierunkach z wykładniczą funkcją osłabienia. Obliczenia wykonano w systemie ATENA 2D stosując model materiału *3D Non Linear Cementitious 2* (11). Elementom murowym z betonu komórkowego nadano parametry materiałowe zhomogenizowanego muru. Parametry materiałowe określone na podstawie badań własnych modelu zestawiono w tabelicy 3. Parametry  $f_{c-lim}$  oraz  $s_F$  przyjęto na podstawie zaleceń twórców oprogramowania.

W stykach między elementami murowymi w spoinach czołowych i wspornych zastosowano elementy kontaktowe, których parametry zestawiono w tabelicy 4. W nadprożu zamodelowano zbrojenie

Tablica 4 / Table 4

## PARAMETRY ELEMENTÓW INTERFEJSOWYCH PRZYJĘTE DO OBLICZEŃ MURÓW Z ABK

## PARAMETERS OF INTERFACE UNITS FOR CALCULATING AAC BRICKWORK

Parametr / Parameter	Spoina	
	wsporna Bed joint	czołowa Head joint
Wytrzymałość na rozciąganie $f_t$ Tensile strength $f_t$ , MPa	0,29	0
Kohezja $c$ /Cohesion $c$	0,306	0
Współczynnik tarcia $\tan \phi$ Friction coefficient $\tan \phi$	0,626	0,92

the top surface of tie across the lintel span  $l_{eff}$ . Results of calculations are presented in Table 2.

**4.2. Numerical model**

Behaviour of lintels in test models from N series was analysed using a numerical, disk (2D) FEM model of test unit at plane stress. Four-node finite elements were used with two degrees of freedom for each node. The maximum size of FEM mesh screen was 2x2 cm. An elastic-plastic model on Menétrey-Willam surface was used to describe the material behaviour under compression (10). The used boundary surface was appropriate for adjusting the shape at deviatoric section to tests for particular material. Rankine criterion with the model of fuzzy cracks at constant directions and exponential function of fatigue were used to describe the material behaviour under tension. ATENA 2D software was used to make calculations for material model *3D Non Linear Cementitious 2* (11). Material parameters of homogenised brickwork were set for masonry units from aerated concrete. Material parameters defined on the basis of own research on the model are shown in Table 3. Parameters  $f_{c-lim}$  and  $s_F$  were set according to suggestions of the software authors.

Contact elements, whose parameters are listed in Table 4, were applied at the interface between masonry units in head and bed joints. In the lintel we modelled reinforcement in the form of rebars and stirrups using the elastic-plastic material model with Huber-Mises-Hencky plasticity surface. Contact effects were neglected between bars and aerated concrete as total adhesion was assumed.

Symmetry between geometry and loads was used to develop numerical model for test units from NI, NII and NIII group. Similarly as in tests, loads were applied in sequence. At first, deadweight of numerical models was considered, and then horizontal loads generating horizontal stresses  $\sigma_x$  of ca. 0.1 MPa were applied. In the final step, vertical loads were gradually applied until achie-

w postaci prętów i strzemion stosując sprężysto-plastyczny model materiału z powierzchnią plastyczności Hubera-Misesa-Hencky'ego. Między prętami a betonem komórkowym pominięto zjawiska kontaktowe zakładając pełną przyczepność.

Zbudowano modele numeryczne elementów badawczych grupy NI, NII i NIII, stosując symetrię geometrii i obciążeń. Obciążenia przykładano sekwencyjnie identycznie jak w badaniach. W pierwszym kroku modele numeryczne rozwiązano wyłącznie od ciężaru własnego, następnie przyłożono obciążenia poziome generujące poziome naprężenia  $\sigma_x$  o wartości około 0,1 MPa. W ostatnim kroku przykładano obciążenie pionowe, stopniując je aż do zniszczenia. W modelu NI Maksymalna siła niszcząca wyniosła 428 kN a odpowiadającej jej ugięcie nadproża wyniosło 2,4 mm. Zarysowania o rozwarości większej niż 0,05 mm (rysy zauważalne nieuzbrojonym okiem) pojawiły się przy obciążeniu 388 kN a ugięcie wynosiło 0,6 mm. Maksymalną siłę poprzeczną równą 43,7 kN uzyskano przy obciążeniu 404 kN. Dla siły 408 kN moment utwierdzenia nadproża osiągnął wartość 2,022 kNm, moment w przęśle 0,993 kNm i moment w środku rozpiętości 0,618 kNm. Dla tego samego poziomu obciążenia siła osiowa w środku rozpiętości nadproża osiągnęła wartość 12,2 kN, a na krawędzi podpory – 23,6 kN. Obrazy zarysowania numerycznych modeli w chwili zniszczenia pokazano na rys. 6, a na rys. 7 przedstawiono rozkład sił wewnętrznych w nadprożach w określone przy największym momencie zginającym nad podporą.

W modelu NII siła niszcząca wyniosła 388 kN a ugięcie 2,32 mm. Model NIII uległ zniszczeniu przy sile 348 kN i ugięciu równemu 2,97 mm. W modelach numerycznych NII i NIII tak jak w pierwszym modelu nastąpiła koncentracja sił w pobliżu podpory. W chwilach poprzedzających zniszczenie moment zginający nad podporą  $M_{\max \text{ sup, mes}}$  znacznie malał a rosła wartość momentu zginającego przęsłowego w pobliżu podparcia nadproża tak jak w przypadku metody graficznej. Wyniki obliczeń dla wszystkich modeli przedstawiono w tablicy 5 wraz z siłą niszcząca uzyskaną z badań.

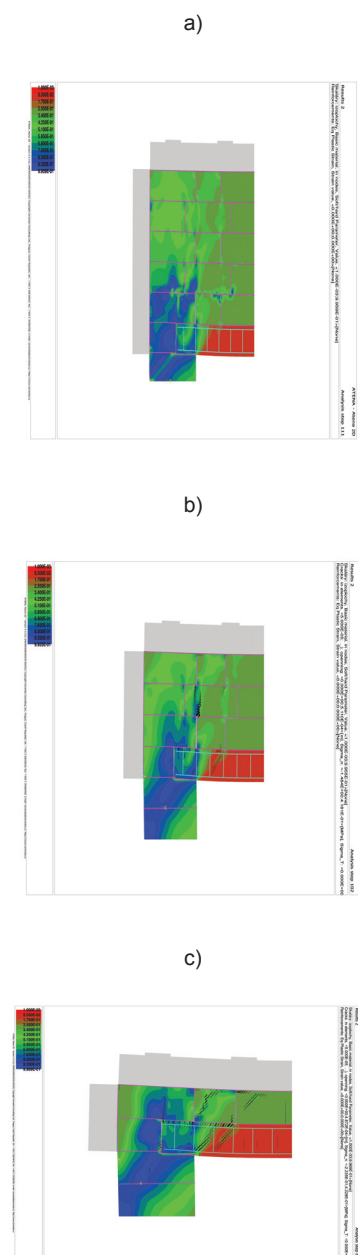
Obliczone wartości sił niszczących  $F_{u, \text{mes}}$  maksymalnie różniły się o około 30% od sił otrzymanych w badaniach  $F_u$ . Natomiast różnice wartości momentów zginających, zarówno pod względem jakościowym i ilościowym różniły się znacznie. Podobne rozbieżności stwierdzono w wypadku sił poprzecznych i sił osiowych.

### 4.3. Kalibracja graficznego modelu uproszczonego

Aby wyznaczyć wartości sił wewnętrznych w nadprożach z ABK ze współpracującym murem o podobnej sprężystości z niewypełnionymi spoinami czołowymi można postąpić w następujący sposób:

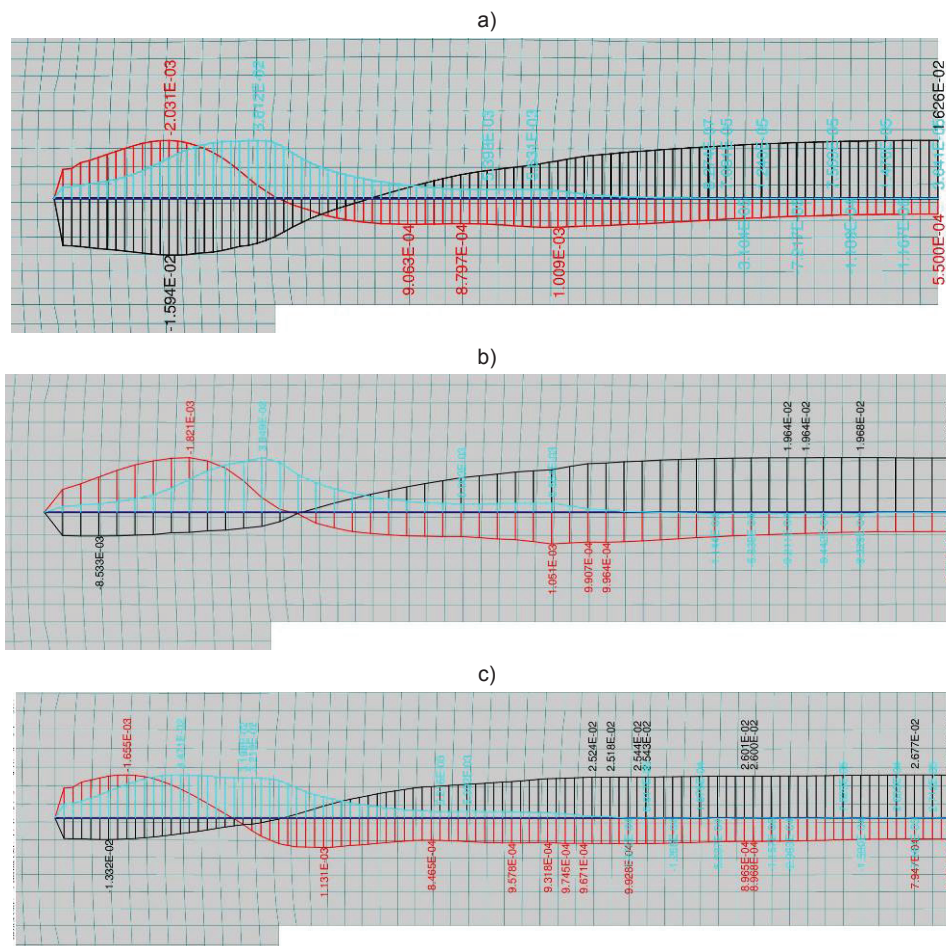
- stosować każdorazowo modele numeryczne MES i siły wewnętrzne obliczać indywidualnie,
- określić na podstawie obliczeń MES w formie nomogramów zmiany poszczególnych sił wewnętrznych w funkcji sztywności układu nadproże-mur i wykorzystać je we wzorach przedstawionych w pkt. 4.1,

ving destruction. For NI model, the maximum destructive force was 428 kN, and the corresponding lintel deflection was 2.4 mm. Cracks having width of 0.05 mm (cracks visible to the naked eye) appeared at applied load of 388 kN and deflection of 0.6 mm. The maximum shear force 43.7 kN was achieved at the load of 404 kN. For the force of 408 kN, the moment of lintel restraint was 2.022 kNm, the moment in the span was 0.993 kNm and the moment at the midspan was 0.618 kNm. For the same loading, the axial force at the lintel midspan achieved the value of 12.2 kN, and at the edge support – 23.6 kN. Cracking of numerical models at the moment of destruction is illustrated in Fig. 6. Fig. 7 presents the distribution of internal forces in lintels at the highest bending moment above the support.



Rys. 6. Obrazy zarysowania numerycznych modeli MES w chwili zniszczenia: a) model NI, b) model NII, c) model NIII

Fig. 6. Cracking of FEM numerical models at the moment of destruction: a) model NI, b) model NII, c) model NIII



Rys. 7. Przebieg sił wewnętrznych w nadprożach w chwili zniszczenia; Moment zginający (M) – kolor czerwony, siła tnąca (V) – kolor turkusowy, siła osiowa (N) – kolor czarny; a) model NI, b) model NII, c) model NIII

Fig. 7. Shape of internal forces in lintels at the moment of destruction; Bending moment (M) – red, shear force (V) – turquoise, axial force (N) – black; a) model NI, b) model NII, c) model NIII

Tablica 5 / Table 5

WYNIKI OBLICZEŃ NUMERYCZNYCH

RESULTS FROM NUMERICAL CALCULATION

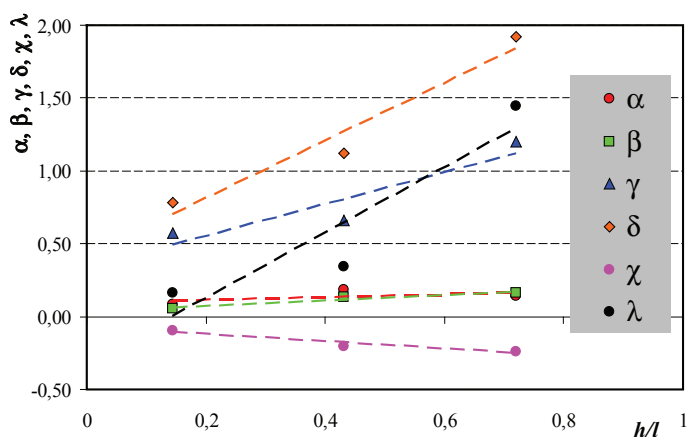
Model	$h/l$	$F_u$ , kN	$F_{u,mes}$ , kN	$F_{u,mes}/F_u$	$l_{m,mes}$ , m	$M_{max\ sup,mes}$ , kNm	$M_{max,mes}$ , kNm	$M_{mid,mes}$ , kNm	$N_{max,mes}$ , kN	$V_{max,mes}$ , kN
NI	0,720	193	169	0,88	0,405	-2,03	1,18	1,130	32,3	39,3
NII	0,432	206	153	0,74	0,135	-1,82	1,67	0,930	28,9	41,0
NIII	0,144	104	138	1,32	0,135	-1,66	1,52	0,970	37,5	38,4

c) wykorzystać nomogramy określające zmiany współczynników  $\chi_1, \chi_2, \chi_3$  i skorygować je za pomocą współczynników pochodzących zarówno z badań jak i obliczeń numerycznych MES.

Oczywiście najmniej pracochłonna jest metoda podana w pkt. a), z kolei metoda podana w pkt. b) wydaje się najbardziej pracochłonna. Obydwie metody mogą być mało przydatne, gdyż wymagają potwierdzenia empirycznego. Z tego powodu, zastosowano metodę podaną w pkt. c) uwzględniającą zarówno wyniki badań jak i obliczenia MES.

For NII model, the maximum destructive force was 388 kN, and the deflection was 2.32 mm. Model NIII was destroyed under the force of 348 kN and deflection of 2.97 mm. Forces concentrated near the support in numerical models NII and NIII, and in the first model. At the time preceding destruction, the bending moment above the support  $M_{max\ sup,mes}$  was significantly decreasing, and the bending moment of the span near the lintel support was increasing, similarly as in the graphical method. Calculated results for all models and destructive force determined from the tests are shown in Table 5.

Maximum difference between the calculated values of destructive forces and the ones determined during the tests  $F_u$  was ca. 30%.



Rys. 8. Kalibracja uproszczonej metody obliczania wartości sił wewnętrznych w nadprożach

Fig. 8. Calibration of simplified method for calculating internal forces in lintels

Aby połączyć wyniki doświadczeń i obliczeń numerycznych wprowadzono następujące współczynniki kalibracyjne umożliwiające określić wartości sił wewnętrznych w nadprożach

$$\alpha = \frac{M_{\max,mes}}{M_{\max}}, \beta = \frac{M_{mid,mes}}{M_{mid}}, \gamma = \frac{N_{\max,mes}}{N_{\max}},$$

$$\delta = \frac{V_{\max,mes}}{V_{\max}}, \chi = \frac{M_{\max,sup,mes}}{M_{\max}}, \lambda = \frac{I_{M',mes}}{I_M} \quad [9]$$

Uzyskane wartości współczynników wyrażonych równaniem [9] przedstawiono w funkcji stosunku wysokości muru  $h$  i rozpiętości nadproża  $l$ , a wyniki aproksymowano prostymi najmniejszych kwadratów – rysunek 8. Na podstawie kalibracji uzyskano następujące wartości współczynników kalibracyjnych.

zasięg działania naprężeń stycznych i normalnych:

$$\lambda = 2,23 \frac{h}{l} - 0,31$$

wartości momentów zginających:

$$\alpha = 0,091 \frac{h}{l} + 0,098 \quad \beta = 0,18 \frac{h}{l} + 0,037$$

$$\chi = -0,25 \frac{h}{l} - 0,07 \quad [10]$$

maksymalne wartości sił osiowych i poprzecznych:

$$\gamma = 1,09 \frac{h}{l} + 0,34 \quad \delta = 1,98 \frac{h}{l} + 0,42$$

Reasumując, w celu wyznaczenia wartości sił wewnętrznych w nadprożu można skorzystać z graficznego modelu uproszczonego przedstawionego w pkt. 4.1 a następnie skorzystać ze współczynników kalibracyjnych. *De facto* współczynniki wyrażone wzorami [10] służą do kalibracji współczynników  $\chi_1, \chi_2, \chi_3$  podanych w formie nomogramów, a istotne wartości sił wewnętrznych przyjmują postać

However, differences in values of bending moments were considerable taking into account qualitative and quantitative issues. Similar discrepancies were found for shear and axial forces.

### 4.3. Calibration of simplified graphical model

Values of internal forces in lintels made of AAC with the brickwork of similar flexibility, with unfilled head joints, can be determined in the following way:

- each time use FEM numerical models and calculate internal forces individually,
- determine, on the basis of FEM calculations, changes in individual internal forces in the function of stiffness of lintel-brickwork system in the form of nomographs and use the in equations under point 4.1,
- use nomographs specifying changes in coefficients  $\chi_1, \chi_2, \chi_3$  and correct them with coefficients obtained from tests and FEM numerical calculations.

The least time-consuming method is of course the method defined under point a). The method specified under point b) seems to be the most time-consuming. However, both methods can be of little use because the empirical confirmation is required. Therefore, we used the method specified under point c) which involves both test results and FEM calculations.

The following calibration coefficients were used to combine test results and numerical calculations. They were used to specify internal forces in the lintels.

$$\alpha = \frac{M_{\max,mes}}{M_{\max}}, \beta = \frac{M_{mid,mes}}{M_{mid}}, \gamma = \frac{N_{\max,mes}}{N_{\max}},$$

$$\delta = \frac{V_{\max,mes}}{V_{\max}}, \chi = \frac{M_{\max,sup,mes}}{M_{\max}}, \lambda = \frac{I_{M',mes}}{I_M} \quad [9]$$

The determined coefficient values expressed as the equation [9] were presented in the function of brickwork height  $h$  and lintel span  $l$  ratio. The obtained results were approximated using straight lines of the least squares - Fig. 8. Calibration produced the following values of calibration coefficients:

impact of shear and standard stresses:

$$\lambda = 2,23 \frac{h}{l} - 0,31$$

maximum calculated values for bending moments:

$$\alpha = 0,091 \frac{h}{l} + 0,098 \quad \beta = 0,18 \frac{h}{l} + 0,037$$

$$\chi = -0,25 \frac{h}{l} - 0,07 \quad [10]$$

maximum values of axial and transverse forces:

$$\gamma = 1,09 \frac{h}{l} + 0,34 \quad \delta = 1,98 \frac{h}{l} + 0,42$$

To sum it up, we can use the simplified graphical model described under point 4.1 to determine values of internal forces in the lintel,



$$I_M = \frac{W}{2\eta_M \sigma_{\max}} \frac{1}{t \lambda}, \quad [11]$$

$$M_{\max, ABK} = \chi_3 \frac{W}{\chi_1} \frac{1}{\alpha}, \quad M_{\text{mid}, ABK} = \chi_3 \frac{W}{\chi_1} \frac{1}{\beta},$$

$$M_{\max, \text{sup}, ABK} = \chi_3 \frac{W}{\chi_1} \frac{1}{\chi}, \quad [12]$$

$$N = W \chi_2 \frac{1}{\gamma}, \quad [13]$$

$$V = 0,5 \tau_m t_M \frac{1}{\delta}. \quad [14]$$

Oczywiście, wartości współczynników wyznaczono na podstawie badań zaledwie trzech różnych typów modeli. Wartości poszczególnych współczynników empirycznych zależą od liczby modeli, ze zróżnicowanymi wysokościami muru współpracującego z nadprożem i jak wspomniano wcześniej wymagają uzupełnienia i potwierdzenia na innych modelach.

## 5. Podsumowanie i wnioski

Zestawione w tabeli 1 wyniki wskazują wyraźnie, że nośność nadproży badanych z murem była znacznie większa i to już przy zastosowaniu jednej warstwy muru wraz z żelbetowym wieńcem. Ponieważ niewątpliwie nastąpiła współpraca nadproży z murem w sensie postanowień PN-EN 1996-1-1 (12) nawet przy jednej warstwie elementów murowych tego typu elementy można, jako nadproża zespolone.

Analizując wyniki badań układów nadproże-mur stwierdzono, że średnia wartość siły niszczącej elementów serii NII (z 3. warstwami elementów murowych) była większa o 3% od średniej siły niszczącej modeli serii NI (z 5. warstwami elementów murowych) i o 99% od średniej siły niszczącej w serii NIII (z 1. warstwą elementów murowych). Sposób zniszczenia nadproży badanych jako belki swobodnie podparte oraz jako belki z nadbudowanym murem i belką żelbetową imitująca wieńiec był inny. Nadproża badane w schemacie belki swobodnie podpartej traciły możliwość przeniesienia obciążeń w wyniku utraty nośności zakotwienia zbrojenia w strefie podporowej, czego w zasadzie nie obserwowano w badaniach nadproży wraz z murem. W modelach tego typu występowało zniszczenie ze względu na ścinanie i utratę nośności elementów murowych w obszarze podpór. W prefabrykowanych belkach wystąpiły rysy ukośne przy podporach.

Badanie normowe nadproży uwzględnia najbardziej niekorzystny układ sił jednak nie uwzględnia kilku czynników zmieniających warunki jego pracy. Badanie normowe są analogiczne do przypadku obciążenia montażowego. W przeprowadzonych badaniach uwidocznił się wpływ utwierdzenia nadproża na podporze co potwierdzają wyniki analizy numerycznej.

and then apply calibration coefficients *De facto* coefficients expressed as the equations [10] are used to calibrate coefficients  $\chi_1$ ,  $\chi_2$ ,  $\chi_3$  presented in the form of nomographs, and significant values of internal forces take the form of

$$I_M = \frac{W}{2\eta_M \sigma_{\max}} \frac{1}{t \lambda}, \quad [11]$$

$$M_{\max, ABK} = \chi_3 \frac{W}{\chi_1} \frac{1}{\alpha}, \quad M_{\text{mid}, ABK} = \chi_3 \frac{W}{\chi_1} \frac{1}{\beta},$$

$$M_{\max, \text{sup}, ABK} = \chi_3 \frac{W}{\chi_1} \frac{1}{\chi}, \quad [12]$$

$$N = W \chi_2 \frac{1}{\gamma}, \quad [13]$$

$$V = 0,5 \tau_m t_M \frac{1}{\delta}. \quad [14]$$

Values of coefficients were determined on the basis of tests on only three different types of models. Values of individual empirical coefficients depend on the number of models with different height of brickwork in combination with the lintel. As it has been already said, other models should be used to complement and confirm the obtained values.

## 5. Summary and conclusions

The results presented in Table 1 clearly indicate that load capacity of tested lintels in combination with the brickwork was considerably greater, even when only one brick layer with reinforced concrete tie was used. As lintels obviously acted jointly with the brickwork in the meaning of standard PN-EN 1996-1-1 (12), even with one layer of masonry units, such units can be considered as integrated lintels.

On the basis of analysed test results for lintel-brickwork system, it was found that the average value of the destructive force for units from NII series (with 3 layers of masonry units) was higher than the destructive force for units from NI series (with 5 layers of masonry units) by 3%, and higher than the destructive force for units from NIII series (with 1 layer of masonry units) by 99%. The method of destroying tested lintels as freely supported beam and beam with brickwork above, and reinforced concrete beam simulating the tie was different. The lintels tested in the system of freely supported beam were not able to transmit loads as they lost anchoring capacity of reinforcement in the support zone. Such a situation was not generally observed for lintels with brickworks. In such models, destruction was caused by shearing and lost load capacity of masonry units in the area of supports. Transverse cracks at the supports were observed in precast beams.

The standardized testing of lintels include the most unfavorable force arrangement. However, a few factors changing its operational conditions are not covered. The standardized tests are similar as in case of full load bearing capacity. The performed tests highli-

Wyniki badań pokazują również, że wraz ze wzrostem wysokości muru malały ugięcia określone przy największej sile. W efekcie zniszczenie ściany nie jest sygnalizowane wyraźnym ugięciem nadproża wykluczając możliwość działań prewencyjnych.

Ze względu na stosunkowo małą liczbę zbadanych elementów i znaczny rozrzut uzyskanych wyników otrzymane rezultaty traktować należy z dużą asekuracją. Docelowo planuje się uzupełnić poszczególne serie elementów tak, aby uwiarygodnić uzyskane rezultaty.

Obliczenia numeryczne wykazały znaczny moment utwierdzenia w obszarze oparcia nadproża w stosunku do momentu przęsłowego. Do prawidłowego określenia sił wewnętrznych w nadprożu wg metody uproszczonej potrzebne są dodatkowe współczynniki korygujące nie tylko jego przebieg na długości nadproża, ale i również wielkości sił wewnętrznych. Powyższe badania dotyczą tylko jednego układu elementów wykonanych z betonu komórkowego a do prawidłowego wykalibrowania współczynników korygujących wymagana jest większa liczba badań również na innych materiałach.

Zaproponowaną metodę kalibracji graficznego modelu uproszczonego traktować należy jako pewne przybliżenie, której dokładność zależy od liczby zbadanych elementów i dokładności numerycznego modelu. Dalsze badania powinny uwzględniać zarówno elementy o różnym  $h/l$  jak również przestrzenne modele numeryczne. Ostateczna weryfikacja zaproponowanego modelu zostanie przeprowadzona na modelach ścian z otworami obciążonych siłami skupionymi i obciążeniami równomiernie rozłożonymi (13-15).

*Autorzy badań wyrażają szczególne podziękowania firmie Solbet sp. z o.o. za podjęcie współpracy z Katedrą Konstrukcji Budowlanych oraz merytoryczną i materialną pomoc przy realizacji badań konstrukcji murowych.*

## Literatura / References

1. R. Jasiński, Ł. Drobiec, Study of Autoclaved Aerated Concrete Masonry Walls with Horizontal Reinforcement under Compression and Shear. *Procedia Engineering* 161, 918, 2016.
2. W. Mazur, Ł. Drobiec, R. Jasiński, Research of Light Concrete Precast Lintels, *Procedia Engineering* 161, 611, (2016).
3. Ł. Drobiec, R. Jasiński, T. Rybarczyk, The influence of the type of mortar on the compressive behaviour of walls made of Autoclaved Aerated Concrete (AAC). *Brick and Block Masonry – Trends, Innovations and Challenges*. Taylor & Francis Group, p. 1531, London 2016.
4. PN-EN 1356:1999 Badanie właściwości użytkowych elementów zbrojonych z autoklawizowanego betonu komórkowego lub betonu lekkiego kruszywowego o otwartej strukturze przy zginaniu.
5. J. Hoła, P. Pietraszek, K. Schabowicz, Obliczanie konstrukcji budynków wznoszonych tradycyjnie, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 2006.
6. PN-EN 12602+A1:2013-11 Prefabrykowane elementy zbrojone z autoklawizowanego betonu komórkowego.
7. DIN 1053-1 Mauerwerk. Berechnung und Ausführung.

ghed the impact of lintel restraint to the support, which was also confirmed by numerical analysis.

The test results also demonstrate the decrease in deflections determined at the greatest force along with the increased height of brickwork. As a result, brickwork destruction was not signalled by clear deflection of the lintel, which excluded possible preventive measures.

Due to a relatively small number of tested units and significant dispersion of test results, they should be regarded with reasonable uncertainty. Ultimately, results for particular series of units are planned to be complemented to verify the obtained results.

Numerical calculations demonstrated the considerable restraint moment in the support area with regard to span moment. The appropriate calculation of internal forces in the lintel requires, in accordance with the simplified method, additional factors to correct not only their shape along the lintel length, but also the value of internal forces. The above tests only refer to one arrangement of aerated concrete units, and the proper calibration of correction coefficient requires the greater number of tests on other materials.

The proposed calibration method of simplified graphical model should be regarded as some approximation, whose accuracy depends on the number of tested units and the accuracy of numerical model. Further tests should also include units with different  $h/l$  ratio and spatial numerical models. The final verification of the proposed model will be performed on wall models with openings on which concentrate forces will be exerted and loads will be uniformly distributed (13-15).

*The authors would like to express particular thanks to Solbet Sp. z o.o. company for its cooperation with Department of Building Structures as well as factual and financial support during tests on brickwork structures.*

8. A. W. Hendry, B. P. Sinha, S. R. Davies, Design of masonry structures, E & FN Spon, 2004.
9. S. R. Davies, A. E. Ahmed, An Approximate Method for Analysing Composite Wall/Beams, Proceedings of the British Ceramic Society, 27, p. 305 (1978).
10. P. Menétrey, K. J. Willam, Triaxial failure criterion for concrete and its generalization, ACI Structural Journal, **92**, 3, 311 (1995).
11. J. Červenka, V. K. Papanikolaou, Three dimensional combined fracture-plastic material model for concrete, International Journal of Plasticity, 24, 2192 (2008).
12. PN-EN 1996-1-1+A1:2013/NA:2014-03 Eurokod 6. Projektowanie konstrukcji murowych. Część 1-1: Reguły ogólne dla zbrojonych i niezbrojonych konstrukcji murowych.
13. R. Jasiński, Research of bed joints reinforced masonry walls with openings made of calcium silicate units horizontally sheared. Proceedings of the 16th International Brick and Block Masonry Conference, Padova, Italy 2016.
14. Ł. Drobiec, Przeciwdziałanie zarysowaniu ściskanych murów zbrojeniem spoin wspornych, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, seria monografie nr 452, Gliwice 2013.
15. W. Mazur, Ł. Drobiec, R. Jasiński, Research and numerical investigation of masonry - AAC precast lintels interaction. Procedia Engineering 193, p. 385 (2017).